

## LA FISICA DEL MOTO SECONDO ARISTOTELE

Aristotele, rinunciando al vecchio modello atomista di spazio **omogeneo ed isotropo**, entità indipendente dagli oggetti fisici e sistema di riferimento per i movimenti dei medesimi, introduce quello di **spazio relazionale**, inteso come luogo o posizione relativa dei corpi, che sono le entità fondamentali.

L'universo chiuso o meglio il cosmo di Aristotele è distinto in una zona celeste ed una terrestre, delimitate dalla sfera della luna; nella zona terrestre esistono quattro elementi: l'aria, l'acqua, il fuoco e la terra, mentre nella zona celeste vi è un solo elemento, la quintessenza cioè l'etere (v. Fig.3.1)

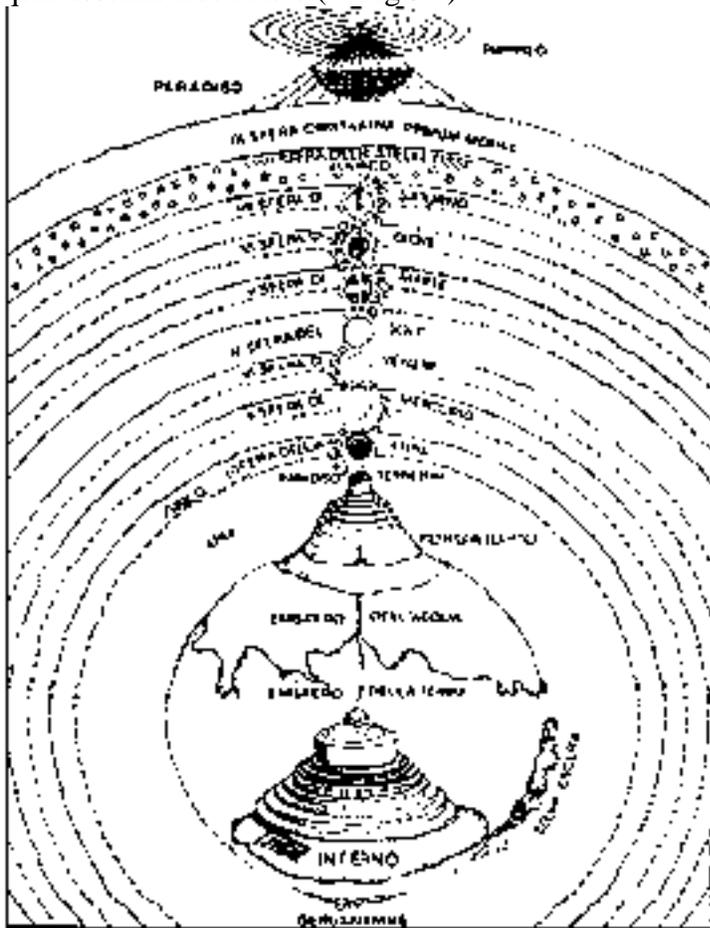


Fig.3.1

Nella sfera sublunare vi possono essere quattro tipi di cambiamento:

- di sostanza (il legno che brucia e diventa cenere);

- di qualità (il passaggio da un colore ad un altro);
- di quantità (un aumento o una diminuzione di peso);
- di posizione (il moto locale dei corpi).

Nel mondo celeste invece l'unico cambiamento possibile è il moto locale.

Secondo Aristotele il moto, nella zona sublunare, può essere naturale o violento; a causa del carattere relazionale dello spazio ad ogni elemento corrisponde un proprio luogo: in alto per l'aria ed il fuoco, in basso per la terra e l'acqua. Verso questi luoghi gli specifici corpi, a seconda della loro consistenza, si muovono per moto naturale.

Il moto violento è invece il moto che i corpi compiono quando una determinata causa li rimuove dalla loro posizione naturale (il moto di un sasso scagliato verso l'alto).

Al mondo celeste vengono attribuiti solo moti naturali circolari, uniformi ed eterni, lungo sfere solide cristalline, corrispondenti alle stelle ed ai pianeti (vedi Fig. 3-1).

L'analisi dei moti naturali e violenti viene condotta da Aristotele partendo da osservazioni legate al senso comune. Tutti i corpi "pesanti" lasciati liberi si muovono di moto naturale verso il centro della Terra, cioè verso il centro dell'Universo, che è quindi il loro luogo naturale.

Similmente tutti i corpi "leggeri" si muovono verso l'alto e più precisamente verso la sfera della luna che è il loro luogo naturale. Entrambi i moti sono considerati come moti accelerati. Inoltre, dato che la maggior parte dei corpi sulla Terra sono dei composti, si considera predominante l'elemento componente che determina la direzione del moto (in alto o in basso).

Aristotele ritiene necessario dare una spiegazione causale del moto sia nel caso dei moti naturali che di quelli violenti. Una assunzione fondamentale da lui fatta è che tutto ciò che si muove deve essere mosso da una potenza motrice, ben distinta dalla cosa mossa (v. cit. 3).

Per gli esseri animati la potenza motrice è l'anima, mentre per i corpi celesti un'intelligenza divina fa muovere l'orbe (la sfera cristallina).

Nel caso dei moti violenti dei corpi sulla Terra non è difficile individuare una potenza motrice fisicamente distinta dalla cosa mossa; tuttavia nel caso dei moti naturali tale individuazione è più problematica, come pure problematica risulta la spiegazione del perché tali moti siano accelerati.

Aristotele si accontenta di considerare il moto naturale come un moto con una velocità media direttamente proporzionale al peso del corpo e inversamente proporzionale alla densità del mezzo (v. cit. 4).

Anche nel caso dei moti violenti Aristotele assume che la velocità sia proporzionale alla forza motrice  $F$  e inversamente proporzionale alla resistenza del mezzo  $R$ . Poichè la forza viene legata alla velocità e non all'accelerazione, si assume che la quiete è lo stato fondamentale di un corpo non soggetto ad alcuna forza. Aristotele è tuttavia consapevole che per un valore di  $F$  molto piccolo ed un valore di  $R$  molto grande la legge perde la sua validità (v. cit. 2).

Infine per Aristotele è necessario che esista un contatto tra la forza motrice ed il corpo mosso. Tuttavia, escludendo la fase iniziale del moto, è difficile identificare tale contatto. Per es., nel caso del lancio di un sasso Aristotele ritiene che l'aria messa in movimento a sua volta trasmetta questo movimento non solo al sasso ma anche ad altre porzioni d'aria che continuano il processo di spinta fino al suo esaurimento (cit. 5).

Il mezzo in cui si sviluppa il moto quindi è essenziale per il contatto ma è anche necessario per rallentare il moto. Senza aria il moto sarebbe istantaneo o proseguirebbe all'infinito. Per Aristotele il moto nel vuoto è assolutamente impossibile e quindi il mondo è uno spazio pieno (v. cit. 1).

Fisica", IV ( D ), 8, 215 a-b)

...Dunque, o non c'è per natura alcuno spostamento in nessun luogo e per nessuna cosa, oppure, se questo c'è, non c'è affatto un vuoto.

Inoltre, i proiettili si muovono ancora, benchè non li tocchi più colui che li ha lanciati, e si muovono o per reazione, come dicono alcuni, oppure perché l'aria, spinta, spinge a sua volta con un moto più veloce di quello spostamento del corpo spinto in virtù del quale il corpo stesso viene spostato verso il suo proprio luogo.

Nessuna di queste cose può verificarsi nel vuoto e nessuna cosa potrà essere spostata, se non mediante un veicolo.

Inoltre, nessuno potrebbe dire per quale causa il mosso si fermerà in qualche luogo: perchè infatti, si fermerebbe qui piuttosto che lì? Sicchè, il corpo o dovrà essere in quiete ovvero necessariamente sarà spostato all'infinito, qualora non vi sia qualche attrito più forte.

Oltre a ciò, pare che il mosso venga portato verso il vuoto per il fatto che questo cede; ma un tale cedimento si verificherà in ogni parte del vuoto, sicchè il mosso sarà spostato in

ogni dove.

Inoltre, la nostra asserzione è chiarita anche da quanto segue: invero, noi vediamo che lo stesso peso e lo stesso corpo si muovono più rapidamente per due cause: o perchè è differente ciò attraverso cui l'oggetto passa (ad esempio, se passa attraverso l'acqua o la terra, ovvero attraverso l'acqua o l'aria), oppure perchè l'oggetto spostato, qualora gli altri fattori siano gli stessi, differisce per l'eccesso del peso o della leggerezza.

Nè è causa il mezzo attraverso cui l'oggetto passa, in quanto che esso fa da attrito, e ciò si verifica specialmente se il mezzo è spostato in senso contrario, ma poi anche se sta fermo. E l'attrito è maggiore quando il mezzo è meno divisibile, ossia quando esso ha una densità maggiore.

Sia, dunque, il corpo A spostato attraverso la grandezza B in un tempo G e attraverso la grandezza D, che è più sottile in un tempo E: se la lunghezza di B e quelle di D sono uguali, il tempo sarà proporzionato alla resistenza del corpo che fa d'attrito.

Siano, infatti B acqua e D aria: di quanto l'aria è più leggera e più incorporea dell'acqua, di tanto A passerà più velocemente attraverso D che attraverso B.

Vi sarà, dunque, tra velocità e velocità la medesima proporzione che intercorre tra l'aria e l'acqua; sicchè, se la sottigliezza è doppia, il corpo percorrerà la grandezza B in un tempo doppio che la grandezza D e, quindi, il tempo G sarà doppio del tempo E.

E sempre, quanto più incorporeo e meno resistente e più divisibile sarà il mezzo attraverso cui l'oggetto è spostato, tanto più velocemente esso sarà spostato.

Ma per il vuoto non esiste alcuna proporzione secondo cui esso venga superato dal corpo, come non c'è proporzione tra lo zero e il numero...

...Ma se lo spostamento attraverso il mezzo più sottile si compie in un dato tempo e lungo un dato percorso, lo spostamento attraverso il vuoto supererebbe, invece, qualsiasi proporzione...

2) "Fisica", VII (H), 5, 249 b - 250 a

...Poichè il motore muove sempre qualcosa e attua il suo movimento in qualcosa e fino a qualcosa (dico "in qualcosa" in quanto esso muove nel tempo, e "fino a qualcosa" in quanto esso muove secondo una lunghezza di una certa quantità: sempre, simultaneamente il motore muove ed ha compiuto il movimento, sicchè il movimento si attuerà secondo una certa quantità e in una certa quantità), si avrà la seguente dimostrazione.

Sia A il motore, B il mosso, G la lunghezza percorsa, D il tempo in cui si attua il movimento. In un tempo uguale la forza uguale A muoverà la metà di B per il doppio di G, e muoverà G nella metà di D: tale infatti, sarà la proporzione.

E, inoltre, se la stessa forza muoverà lo stesso oggetto in questo tempo qui secondo tanta lunghezza, e lo muoverà secondo la metà della lunghezza nella metà del tempo, anche la metà della forza muoverà parimenti la metà dell'oggetto in uguale tempo secondo una lunghezza uguale. Ad esempio, sia E la metà della forza A, e Z la metà dell'oggetto B: le cose staranno allo stesso modo, e la forza starà nella medesima proporzione con il peso, sicché attueranno il movimento secondo una grandezza uguale in un tempo uguale.

E se E muove Z nel tempo D secondo la lunghezza G, non necessariamente in ugual tempo la forza E muoverà il doppio di Z lungo la metà di G. Se, poi, A muoverà B nel tempo D secondo la grandezza G, la metà di A, cioè E, non muoverà B nel tempo D né in una parte del tempo D secondo una parte della lunghezza G che sia rispetto all'intero G nella stessa proporzione in cui è la forza A rispetto alla forza E: se, insomma si desse questo caso, non vi sarebbe movimento secondo nessuna parte della lunghezza: difatti, se l'intera forza ha attuato il movimento secondo tanta quantità di lunghezza, la metà di essa non attuerà il movimento secondo altrettante quantità nè in un tempo qualsivoglia: se fosse altrimenti, un uomo solo muoverebbe la nave, qualora venissero numericamente divise la forza di quelli che la tirano a secco e la lunghezza secondo cui tutti la muovono...

Fisica", VIII ( teta ) , 4, 254 b - 255 a

...Tra le cose che muovono e che sono mosse, alcune muovono e sono mosse per accidente, altre per se stesse: per accidente, quante sono, ad esempio, inerenti a quelle che muovono o sono mosse, e relative a una parte di esse; per se stesse, quante, ad esempio, non sono inerenti a ciò che muove o è mosso, e non muovono nè sono mosse per il fatto che sono una parte di esse.

Delle cose che sono mobili per sè, alcune sono mosse da sè, altre da altro, e alcune secondo natura, altre per violenza e contro natura.

Ciò-che-si-muove-da-sè si muove secondo natura, come qualsivoglia animale (l'animale, infatti, si muove da sè, e noi diciamo che si muovono secondo natura tutte le cose che hanno in sè il principio del movimento: perciò l'animale, nella sua interezza, muove se stesso secondo natura, quantunque sia possibile che il corpo si muova tanto secondo natura quanto contro natura, giacchè, in realtà, c'è differenza tra la qualità del movimento che un corpo si trova ad effettuare, e la qualità dell'elemento di cui consta il corpo stesso); invece, tra le cose che son mosse da altro, alcune sono mosse secondo natura, altre contro natura: contro natura, ad esempio, le cose terrestri verso l'alto e il fuoco verso il basso e, inoltre le parti degli animali spesso sono mosse contro natura, ossia in contrasto con le

loro naturali posizioni e i modi naturali del loro movimento.

E soprattutto nelle cose mosse contro natura è evidente che il mosso è mosso da qualcosa, perchè si vede direttamente che esso è mosso da altro.

E dopo le cose mosse contro natura, tra quelle mosse secondo natura ciò si nota di più in quelle che si muovono da sè, ad esempio negli animali: infatti, si scorge chiaramente che l'oggetto è mosso da qualcosa, ma è oscuro il modo con cui si deve distinguere in esso ciò che muove e ciò che è mosso: sembra, infatti, che, come nelle imbarcazioni e negli altri oggetti non naturali, così anche negli animali siano divisi ciò che muove e ciò che è mosso, e che in tal modo il tutto muova se medesimo.

Ma le difficoltà nascono soprattutto nell'ultima parte della suddetta distinzione: infatti, secondo ciò che abbiamo detto, fra le cose mosse da altro, alcune son mosse contro natura, altre, per contrario, non ci resta che considerarle mosse secondo natura.

Sono appunto queste ultime quelle che potrebbero metterci in difficoltà quando vogliamo sapere da che cosa mai esse vengano mosse, ad esempio i corpi leggeri e quelli pesanti. Questi, infatti, per violenza: sono mossi verso i luoghi opposti, ma secondo natura verso i propri luoghi, il leggero verso l'alto, il pesante verso il basso.

Ma da chi siano mossi non si riscontra ancora con la medesima evidenza con la quale ciò si riscontra quando sono mossi contro natura. In realtà, non si può dire affatto che essi si muovano da sè, perchè questa è una prerogativa degli esseri viventi ed animati, e se così fosse, essi potrebbero anche fermarsi da sè (dico, ad esempio, che se qualcosa è da sè causa del passeggiare, lo è anche del non-passeggiare): sicchè, se il fuoco è di per sè portato verso l'alto, è chiaro che dovrebbe anche di per sè essere portato verso il basso.

Infatti, sarebbe illogico che tali corpi si muovessero di per sè secondo un solo movimento, se si ammette che essi da sè muovono se stessi...

4) "Fisica", VIII, ( v ), 4, 255 b - 256 a

...Ebbene: proprio questo si sta ricercando, cioè per quale causa mai le cose leggere e le pesanti siano mosse verso il proprio luogo.

La causa è che la natura le dispone in qualche luogo e che questa è l'essenza del leggero e del pesante, che l'uno sia portato verso l'alto, l'altro verso il basso.

... E' chiaro dunque, che nessuna di queste cose muove se stessa da sé. Indubbiamente esse posseggono un qualche principio di movimento, ma non del muovere né dell'agire, bensì del patire.

Orbene: se tutte le cose mosse sono mosse o secondo natura o contro violenza e per violenza, e se quelle che son mosse per violenza e contro natura, sono mosse tutte da qualcosa, ossia da altro, e se, d'altronde, fra le cose mosse secondo natura, sono mosse da qualcosa tanto quelle che si muovono da sè quanto quelle che da sè non si muovono, come le cose leggere e le pesanti (infatti queste sono mosse o da chi le ha generate e fatte leggere o gravi, oppure da chi abbia eliminato gli impacci e gli impedimenti), allora tutte le cose mosse risultano mosse da qualcosa...

5) "Del cielo", III ( Gamma ). 2, 301 b

...E per entrambi gli effetti questa si vale dell'aria come di organo per trasmettere il moto. L'aria infatti ha per natura la proprietà d'essere e leggera e pesante; perciò, quando venga spinta e riceva il principio del moto dalla forza, effettuerà il movimento verso l'alto in quanto è leggera, e verso il basso viceversa in quanto è pesante.

La forza in entrambi i casi comunica il moto al corpo quasi imprimendolo attraverso il contatto dell'aria. Perciò, anche quando ciò che ha impresso il moto non l'accompagna più, il corpo mosso per costrizione continua il suo movimento.

E se non ci fosse un corpo dotato di questa proprietà, non vi sarebbe movimento per costrizione. E anche il movimento secondo natura di ciascun corpo viene assecondato in questo stesso modo...

Citazioni tratte da Aristotele, la Fisica, Del Cielo, Laterza 1983

## CONTRIBUTI MEDIEVALI

### **La teoria dell'impeto**

A partire dal VI secolo dopo Cristo la fisica del moto di Aristotele viene sottoposta a severe critiche. Si comincia ad analizzare la possibilità del moto nel vuoto; la resistenza del mezzo viene sostituita dalla resistenza intrinseca del corpo, mentre il peso o la leggerezza assumono il ruolo di forza motrice nel caso dei moti naturali.

Per i moti forzati viene modificato il ruolo svolto dal mezzo nel trasmettere per contatto la forza motrice.

Si inizia dunque a pensare che in un moto violento una qualche forza non permanente sia impressa nel corpo e che inoltre il corpo stesso e non il mezzo fornisca una resistenza al moto. Nella versione medievale di Buridano tale forza impressa viene chiamata "**impetus**" ed assume il ruolo di causa motrice interna al corpo nel moto violento.

L'"impetus" non viene solo utilizzato per spiegare i moti violenti ma anche i moti naturali, ovvero l'accelerazione dei corpi che cadono verso i loro luoghi naturali.

L'argomentazione di Buridano è molto interessante; egli separa il problema della causa della caduta dei corpi da quello dell'accelerazione di caduta: i corpi cadrebbero con velocità uniforme a causa della loro gravità (il loro peso rimane costante durante la caduta). L'accelerazione richiede dunque una spiegazione: rinunciando ad ipotesi quali la vicinanza al luogo naturale, la rarefazione dell'aria a causa del calore prodotto dal corpo in caduta, ecc., Buridano sostiene che l'accelerazione è causata dall'accumulo di incrementi di impeto.

Tre elementi vanno individuati nel processo di caduta: la pesantezza del corpo, l'impeto, la velocità. La pesantezza del corpo è la causa di una velocità costante, inoltre in ogni intervallo di tempo essa produce un impeto che a sua volta nell'intervallo successivo produrrà un incremento di velocità.

La tradizione aristotelica viene comunque rispettata perchè la forza è sempre collegata alla velocità e non all'accelerazione, in quanto è l'incremento di impetus che produce un incremento di velocità nell'intervallo successivo.

Buridano, "Sul Cielo e il Mondo"

...Messe dunque da parte le ipotesi precedenti, mi pare rimanga necessariamente una sola spiegazione (imaginatio); suppongo infatti che la gravità naturale della pietra rimanga sempre la stessa e simile prima del moto e dopo il moto e durante il moto, cosicché la pietra si ritrova esser dopo il moto ugualmente grave che prima.

Suppongo anche che la resistenza del mezzo rimanga la stessa o simile, poichè come dissi non mi pare che l'aria inferiore e più vicina alla terra debba resistere meno dell'aria superiore, anzi forse dovrebbe resistere meno l'aria superiore grazie alla sua maggior rarità.

Suppongo in terzo luogo che se il mobile è lo stesso, e anche il motore totale è lo stesso, e anche la resistenza è uguale o simile, il moto dovrà essere ugualmente veloce (ossia dovrà avere velocità uniforme), poichè rimane invariata la proporzione del motore al mobile e alla resistenza.

Ma aggiungo che nel moto di un grave verso il basso la velocità non rimane uniforme ma il moto si fa continuamente più veloce.

Da quanto precede si conclude che in quel moto concorre un altro motore, oltre alla gravità naturale che muoveva da principio e che rimane sempre la stessa. Dico inoltre che

quell'altro motore non è il luogo (naturale), il quale attragga il grave come la calamita attrae il ferro; nè è una qualche virtù esistente nel luogo e derivante dal cielo o da altro, poichè ne seguirebbe immediatamente che il grave comincerebbe a muoversi con maggiore velocità cadendo da un luogo basso che da uno alto, cosa di cui sperimentiamo il contrario.

Segue da ciò la necessità di immaginare che un corpo grave acquisti dal suo motore originario, cioè la gravità, non soltanto il moto, ma insieme con quello anche un certo impeto il quale abbia la virtù di muovere lo stesso grave insieme con la gravità naturale che in esso permane.

E poichè quell'impeto viene acquistato insieme col moto, quanto più veloce è il moto, tanto maggiore e più forte è quell'impeto.

Così dunque da principio il grave è mosso solo dalla sua gravità naturale, e perciò si muove lentamente; successivamente è mosso insieme dalla gravità e dall'impeto acquisito, e perciò si muove più veloce; e diventando il moto più veloce, anche l'impeto diventa maggiore e più forte, e così il grave viene mosso insieme dalla sua gravità naturale e da quell'impeto maggiore; e così di nuovo si muove più velocemente, e in tal modo continua sempre ad accelerarsi sino alla fine.

E come quell'impeto viene acquisito insieme col moto, così diminuisce o viene meno col diminuire o col venir meno del moto stesso.

E c'è un esperimento (a sostegno di questa spiegazione): se tu fai ruotare velocemente una mola da fabbro grande e molto pesante, e poi cessi di muoverla, essa continua a muoversi a lungo per l'impeto acquisito; anzi tu non potresti fermarla rapidamente, ma per la resistenza derivante dalla gravità della mola quell'impeto diminuirebbe lentamente in modo continuo fino alla cessazione del movimento della mola; e forse se la mola durasse per sempre senza alcuna diminuzione o alterazione, e non ci fosse alcuna resistenza corruttiva di quell'impeto, la mola sarebbe mossa perpetuamente da quell'impeto.

E così qualcuno potrebbe immaginare che non sia necessario porre intelligenze che muovano i corpi celesti, poichè la sacra scrittura non dice che debbano essere poste. Si potrebbe infatti sostenere che quando Dio creò le sfere celesti prese a muoverle ciascuna secondo la sua volontà; e che dall'impeto che Egli impartì loro sono mosse ancora, poichè quell'impeto non si corrompe nè diminuisce, non avendo esse alcuna resistenza...

Tratto da: M. Clagett, La scienza della meccanica nel Medioevo, p. 597, Feltrinelli.

## **Il teorema della media**

Tra i più importanti risultati nello studio della cinematica nella prima metà del quattordicesimo secolo vi sono quelli raggiunti all'Università di Oxford, al Merton College e in particolare il cosiddetto "teorema della media".

Tale teorema lega lo spazio percorso da un corpo in moto uniformemente accelerato a quello percorso dallo stesso corpo in moto uniforme con velocità pari alla velocità media, cioè alla velocità nell'istante di mezzo dell'intervallo di tempo considerato. In termini moderni:

$$S = V_m * t = V_f/2 * t$$

ove  $S$  = distanza percorsa,  $V_f$  = velocità finale,  $t$  = intervallo di tempo in cui ha luogo un'accelerazione uniforme a partire dalla quiete,  $V_m$  = velocità media.

Considerando che la velocità finale è proporzionale al tempo trascorso si deduce facilmente che lo spazio percorso è proporzionale al quadrato dei tempi.

Di questo risultato vi furono dimostrazioni sia di carattere aritmetico sia geometrico e tra queste ultime è notevole quella dello scolastico parigino Nicola d'Oresme.

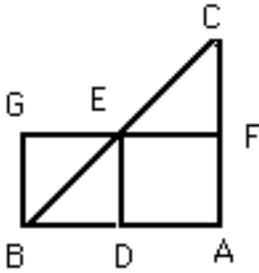
Il contesto teorico in cui fu elaborata questa dimostrazione è però lontano da quello della caduta dei gravi: esso si riferisce infatti al problema della rappresentazione della quantità di una qualità.

L'estensione della qualità viene rappresentata da una linea orizzontale mentre l'intensità della qualità da una linea perpendicolare alla precedente. Nel nostro caso del moto uniformemente accelerato la linea dell'estensione rappresenta il tempo e la linea dell'intensità rappresenta la velocità.

Oresme, "Sulle configurazioni delle qualità"

III, 7. Sulla misura di qualità e velocità difformi. Ogni qualità uniformemente difforme è tanto grande quanta sarebbe la qualità dello stesso soggetto o di un soggetto uguale uniforme secondo il grado del punto medio dello stesso soggetto. E intendo se la qualità è lineare...

(FIG.3.2)



...Sia dunque una qualità rappresentabile mediante il triangolo ABC; si tratta di una qualità uniformemente difforme, terminata al grado zero nel punto B (v. fig. 3-2); sia inoltre D il punto di mezzo della linea del soggetto. Il grado o intensione di tale punto è rappresentato dalla linea DE.

Una qualità che fosse uniforme per tutto il soggetto secondo il grado DE sarebbe dunque raffigurabile mediante il quadrangolo AFGB, come è chiaro dal capitolo decimo della parte prima.

E' noto invero per la ventiseiesima (proposizione) del primo (libro) di Euclide, che i due piccoli triangoli EFC ed EGB sono uguali.

Quindi il triangolo maggiore BAC, che disegna la qualità uniformemente difforme, e il quadrangolo AFGB, che designa la qualità uniforme secondo il grado del punto di mezzo, sono uguali.

Quindi le qualità rappresentabili mediante tale triangolo e mediante tale quadrangolo sono uguali, come si voleva dimostrare...

...Vale inoltre per la velocità tutto quanto si è detto della qualità lineare, purchè tuttavia in luogo del punto medio (del soggetto) si prenda l'istante di mezzo del tempo che misura la velocità...

Tratto da: M. Clagett, Ibidem p. 385

### GALILEO E IL SUO TE:MPO

Alla fine del 1500 si presenta un panorama molto complesso: il Cosmo di Aristotele è stato fortemente scosso dall'opera di Nicola da Cusa, di Copernico, dalla filosofia di Giordano Bruno, ma la concezione di uno spazio e di un tempo relazionali, riferiti cioè ai corpi, è ancora ben viva .

Sono presenti novità di rilievo, come ad esempio lo studio dei moti accelerati tramite il teorema della media e gli sviluppi della teoria dell'impetus, ma si tratta di elementi non collegati tra loro.

La priorità aristotelica del moto circolare è ancora universalmente accettata ed avrà un influsso sullo stesso Galileo, che infatti non arriverà mai ad un'esplicita affermazione dell'inerzia rettilinea in uno spazio assoluto ed infinito. Galileo comunque impone un nuovo modo di conoscere la natura ed apre la strada alla scienza moderna.

Questo complesso processo è, naturalmente, graduale. Nelle opere giovanili di Galileo (ad es. il *De Motu*) si risente ancora di un notevole influsso della teoria dell'impetus. Ma un po' alla volta l'atteggiamento critico comincia a prevalere contro la tradizione aristotelica.

Senz'altro le nuove conquiste nel campo dell'astronomia hanno un ruolo rilevante in questo cambiamento di prospettiva, che porta Galileo a superare nello studio del moto la separazione tra mondo celeste e terrestre. In particolare lo studio del movimento circolare viene applicato a livello della superficie terrestre, immaginata come perfettamente sferica.

L'applicazione di idealizzazioni geometriche ed il passaggio dagli strumenti logici, tipici della tradizione aristotelica medievale, a quelli matematici ha fatto molto discutere sui legami culturali di Galileo con Platone e con Archimede. (Si veda S. Drake: *Galileo at work*, p. XVII-XIX, Chicago U.P., 1978)

Altri elementi che contribuiscono alla rivoluzione galileiana sono l'abbandono della spiegazione causale, dinamica, in favore di un'analisi puramente cinematica del moto ed il ricorso all'osservazione ed all'esperimento. Quest'ultimo punto è molto controverso. (v. S. Drake: *Galileo at work*, p. XVII - XIX, Chicago U.P., 1978)

Alle analisi positiviste ottocentesche che vedono in Galileo il campione del metodo sperimentale e nel metodo sperimentale l'elemento caratteristico della scienza moderna, si sono contrapposte negli ultimi decenni ricerche storiche che vedono Galileo principalmente come l'artefice di un profondo cambiamento concettuale. Secondo questo punto di vista gli esperimenti di Galileo sarebbero ideali e, in larga misura "immaginarie" le loro descrizioni.

In contrasto con queste idee nel 1973 uno studioso nordamericano, S. Drake, ha interpretato alcuni manoscritti galileiani conservati presso la Biblioteca Nazionale di Firenze portando alla luce dei risultati sperimentali che si riferiscono senz'altro a esperienze concretamente eseguite.

Non è affatto certo però come queste esperienze siano state eseguite e ugualmente costituisce un interrogativo il perchè Galileo non abbia pubblicato questi risultati.

Qualcuno ritiene che all'epoca il ricorso all'esperienza non aveva lo stesso valore di una "dimostrazione certa" e che se le esperienze non erano palesemente "sensate" cioè

immediatamente evidenti, sarebbero state considerate come prive di valore.

Senz'altro le esperienze di Galileo che in questa unità vengono presentate e simulate non erano e non sono immediatamente evidenti. L'intreccio di elementi teorici, matematici e sperimentali che ne risulta costituisce pertanto un'ottima introduzione ai problemi dell'effettiva ricerca scientifica.

Inoltre, dato che per la moderna storiografia la scoperta della legge di caduta da parte di Galileo costituisce un problema, questa unità può anche essere considerata come un invito al lettore a cimentarsi con una propria interpretazione.

### LE ESPERIENZE DI GALILEO CON IL PIANO INCLINATO

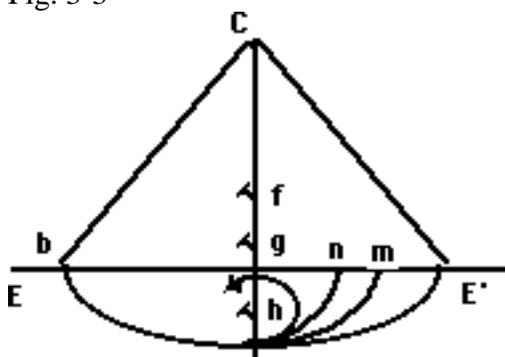
Abbiamo visto che secondo Aristotele i corpi pesanti cadono più rapidamente dei corpi leggeri; Galileo non accetta questa assunzione e si propone di studiare in maniera sperimentale la legge di caduta dei gravi.

Si tratta per la sua epoca di un'esperienza molto complicata; infatti gli orologi meccanici sono stati una conseguenza delle leggi della meccanica e quindi, per Galileo, è molto difficile misurare in modo sufficientemente preciso i tempi di caduta.

Egli è tuttavia spinto da alcune osservazioni sul moto dei pendoli a considerare che si può studiare la legge di caduta dei gravi utilizzando dei piani inclinati, aumentando così i tempi di caduta.

Se si fa infatti oscillare un pendolo, originariamente nella posizione b (vedi Fig. 3-3) esso risale dall'altra parte in assenza di attriti, alla stessa altezza dalla quale è caduto.

Fig. 3-3



Il fatto che ritorni alla stessa altezza e che non vada nè più in alto nè più in basso, in assenza d'attriti, è in accordo con il principio dell'impossibilità del motore perpetuo, cioè con l'impossibilità di ottenere lavoro dal nulla.

Galileo nota che se poniamo dei vincoli, ad esempio dei chiodi nei punti f e g, la traiettoria del pendolo viene modificata, però la pallina risale sempre alla stessa altezza dalla quale è caduta, indipendentemente dalla traiettoria di risalita.

Se mettiamo un vincolo in h il pendolo non potrà risalire alla stessa altezza per effetto del vincolo, però si vede che la pallina si riavvolge intorno al vincolo: in realtà la velocità acquisita nel moto di caduta non si è completamente esaurita nella risalita.

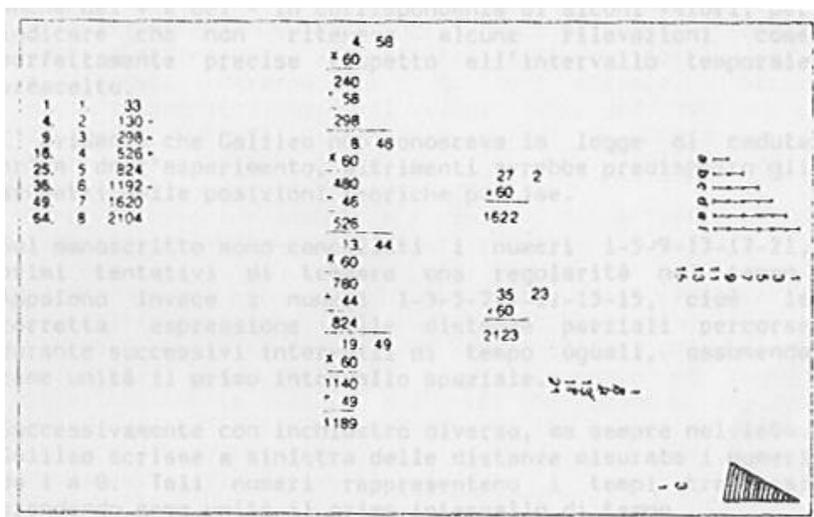
Da questo tipo di considerazioni Galileo ricava l'idea che l'elemento fondamentale del processo è l'altezza di caduta e non la traiettoria percorsa. Pensa quindi di sostituire al pendolo un piano inclinato, su cui la pallina possa rotolare per poi risalire su un altro piano con inclinazione differente.

Vede (o immagina) che la pallina risale sempre alla stessa altezza indipendentemente dall'inclinazione del piano e deduce pertanto che la velocità di caduta di un grave debba essere la stessa, a parità di altezza, sia che il grave cada verticalmente o lungo un piano inclinato. Comincia così a sperimentare con un piano inclinato per trovare la legge di caduta.

Attraverso una serie di considerazioni ed esperienze ricava le leggi di caduta libera, cioè che gli spazi percorsi sono proporzionali ai tempi al quadrato ( $S \propto t^2$ ), che le velocità sono proporzionali ai tempi alla prima potenza ( $V \propto t$ ), che la velocità finale dipende dalla radice quadrata dell'altezza h di caduta ( $V \propto \sqrt{h}$ ) e infine che la velocità che un corpo acquisisce alla fine della caduta non dipende dalla massa (peso) del corpo.

Il percorso che porta Galileo a tali risultati è tuttavia molto complesso, non privo di errori, ed ancora oggi non del tutto chiaro, anche se esistono documenti, manoscritti ed interpretazioni estremamente interessanti.

In una lettera a Guidobaldo del Monte, nel 1602, Galileo parla per la prima volta di esperienze con pendoli e piani inclinati, ma si dichiara insoddisfatto dei risultati ottenuti. E' nella primavera del 1604 che Galileo otterrà i primi risultati sperimentali con una certa precisione, come risulta dall'interpretazione di S. Drake del manoscritto 107 v di Fig. 3-4.



1	1	33
4	2	130-
9	3	298-
16	4	526
25.	5	824
36	6.	1192-
49	7	1620
64	8	2104

Fig. 3-4 Trascrizione del manoscritto tratto da S.Drake: Galileo at work - His scientific biography p. 101

Il manoscritto presenta nella terza colonna del riquadro in alto a sinistra i risultati di 8 misure di distanze, i cui calcoli sono svolti a fianco;

L'unità di misura era il "punto", circa 1 millimetro, ed il regolo misuratore era lungo 60 punti. Ad esempio la terza misura era di 4 regoli e 58 punti corrispondenti a  $(4 * 60) + 58 = 298$  punti. Si può assumere da varie indicazioni che il piano inclinato usato da Galileo in questo periodo avesse una lunghezza di due metri e una inclinazione di  $1.7^\circ$  (comunque compresa tra  $1.5^\circ$  e  $2^\circ$ ).

Le otto misure spaziali corrispondono quasi esattamente agli spazi percorsi da un corpo in caduta lungo un tale piano inclinato a intervalli di tempo uguali della durata di 0.55 secondi. Certamente Galileo non poteva misurare direttamente le distanze percorse dalle palline durante il moto, misure che oggi possono essere realizzate abbastanza facilmente mediante fotografie stroboscopiche.

Per molto tempo si è pensato anche che non potesse misurare con esattezza neanche i

tempi, mancandogli, com'è noto, l'orologio. Però in questa esperienza ciò che interessa è solo rendere uguali degli intervalli di tempo e ciò si può fare con un dispositivo acustico.

Galileo veniva da una famiglia di musicisti ed era senz'altro in grado, come si ricava dalle misure riportate nel manoscritto, di distinguere un errore di  $1/64$  su un intervallo di mezzo secondo.

Il dispositivo utilizzato da Galileo è secondo S. Drake di questo tipo: degli archetti di budello venivano fissati al piano inclinato, che era scanalato per permettere la discesa guidata della pallina. Gli archetti erano ben stretti ma potevano essere mossi verso l'alto o verso il basso. La loro posizione in prima approssimazione poteva essere individuata lasciando cadere la pallina e contemporaneamente eseguendo una scansione temporale di un ritmo musicale.

Individuate così le posizioni approssimate della pallina sul piano inclinato in corrispondenza alle successive scansioni temporali, venivano predisposti gli otto archetti. Successivamente, lasciando cadere la pallina, si spostavano gli archetti fino ad uguagliare le scansioni temporali. Restava solo da misurare le distanze.

Si vede dalle misure riportate da Galileo che il primo archetto rallentava un poco il moto della pallina e quindi il secondo intervallo spaziale è un po' più piccolo e si nota anche che la posizione dell'ultimo archetto (quando la pallina è molto veloce, circa 1.000 punti al secondo) è l'unica a rilevare un errore di misura, poi corretto da Galileo, superiore ad  $1/64$  di 0.55 secondi. Galileo segnò anche dei + e dei - in corrispondenza di alcuni valori, per indicare che non riteneva alcune rilevazioni come perfettamente precise rispetto all'intervallo temporale prescelto.

E' evidente che Galileo non conosceva la legge di caduta prima dell'esperimento, altrimenti avrebbe predisposto gli archetti nelle posizioni teoriche precise.

Sul manoscritto sono cancellati i numeri 1-5-9-13-17-21, primi tentativi di trovare una regolarità nel tempo. Appaiono invece i numeri 1-3-5-7-9-11-13-15, cioè la corretta espressione delle distanze parziali percorse durante successivi intervalli di tempo uguali, assumendo come unità il primo intervallo spaziale.

Successivamente con inchiostro diverso, ma sempre nel 1604. Galileo scrisse a sinistra delle distanze misurate i numeri da 1 a 8. Tali numeri rappresentano i tempi trascorsi prendendo come unità il primo intervallo di tempo.

Da un successivo manoscritto, sempre del 1604, risulta che Galileo non aveva ancora individuato la legge di proporzionalità tra gli spazi percorsi e i quadrati dei tempi impiegati a percorrerli, legge che egli riesce tuttavia a ricavare nella seconda parte dello stesso

manoscritto in un modo teorico tramite l'utilizzo delle proporzioni euclidee. Il complesso procedimento teorico è riportato in un articolo di S. Drake (si veda S. Drake "Galileo e la legge di caduta libera" - Le scienze N. 37, (1973)).

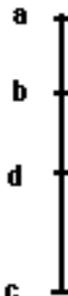
E' a questo punto che Galileo avrebbe ripreso il manoscritto di Fig. 3-4 e annotato, con una penna ed un inchiostro diverso, a sinistra della colonna dei tempi (1,2,3,...) i valori degli spazi percorsi prendendo come unità lo spazio percorso nel primo intervallo di tempo (33 punti) ottenendo così una verifica sperimentale della "legge dei quadrati". Galileo incontra maggiori difficoltà nell'analisi della velocità, soprattutto per la difficoltà di concepire una velocità istantanea (variabile con continuità).

Sorge qui il problema del perchè Galileo abbia tentato in un primo tempo di derivare la legge di caduta dall'assunto (erroneo) che le velocità di caduta siano proporzionali alle distanze percorse. Questa dimostrazione si trova infatti nella lettera a Paolo Sarpi del 16 ottobre 1604 che si riporta in parte.

Dall'Epistolario  
A PAOLO SARPI.  
Padova, 16 ottobre 1604

Molto Rev.do Sig.re et Pad.ne Col.mo,

Ripensando circa le cose del moto, nelle quali, per dimostrare li accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad



una proposizione la quale ha molto del **c** naturale et dell'evidente; et questa supposta, dimostro poi il resto, cioè gli spazii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi, et per conseguenza gli spazii passati in tempi eguali esser come i numeri impari ab unitate, et le altre cose. Et il principio è questo: che il mobile naturale vadia crescendo di velocità con quella proportione che si discosta dal principio del suo moto; come, v.g., cadendo il grave dal termine a per la linea abcd, suppongo che il grado di velocità che ha in c al grado di velocità che ebbe in b esser come la distanza ca alla distanza ba, et così conseguentemente in d haver grado di velocità maggiore che in c secondo che la distanza da è maggiore della ca...

Galileo Galilei, Opere, p.862, .UTET.

S. Drake spiega la posizione di Galileo (velocità proporzionali alla distanza) affermando che il termine velocità istantanea (che per l'appunto solo allora si veniva definendo), veniva utilizzato da Galileo con un significato diverso da quello attuale. Secondo quest'interpretazione, il significato per Galileo era quello di energia cinetica e quindi ne discendeva la proporzionalità alle distanze.

Dopo una parentesi dedicata a problemi di astronomia, nel 1607 Galileo ritorna ai problemi del moto.

E' di questo periodo un manoscritto che presenta dei risultati sperimentali la cui interpretazione è del massimo interesse: Galileo suppone che la velocità è una quantità variabile con continuità e proporzionale al tempo e asserisce che le velocità dei corpi che cadono da una certa altezza sono nello stesso rapporto che le radici quadrate delle distanze percorse. Questo risultato sarà uno dei fondamenti della fisica classica.

Il manoscritto riprodotto in Fig. 3-5 si può interpretare nel modo seguente: una pallina viene fatta rotolare su un piano inclinato a partire da altezze differenti  $H$ .

L'estremità inferiore del piano è curvata "a trampolino" per trasmettere alla pallina lungo una direzione orizzontale la velocità acquisita nel moto di caduta lungo il piano inclinato.

La pallina inizia quindi un moto di caduta libera da un'altezza prefissata con velocità iniziale orizzontale.

Si ottiene così la composizione di un moto verticale e di un moto orizzontale e si può misurare con precisione la distanza  $D$  (gittata) percorsa in direzione orizzontale tra l'istante di stacco e l'istante di impatto della pallina con il piano di riferimento (v. Fig. 3-5).

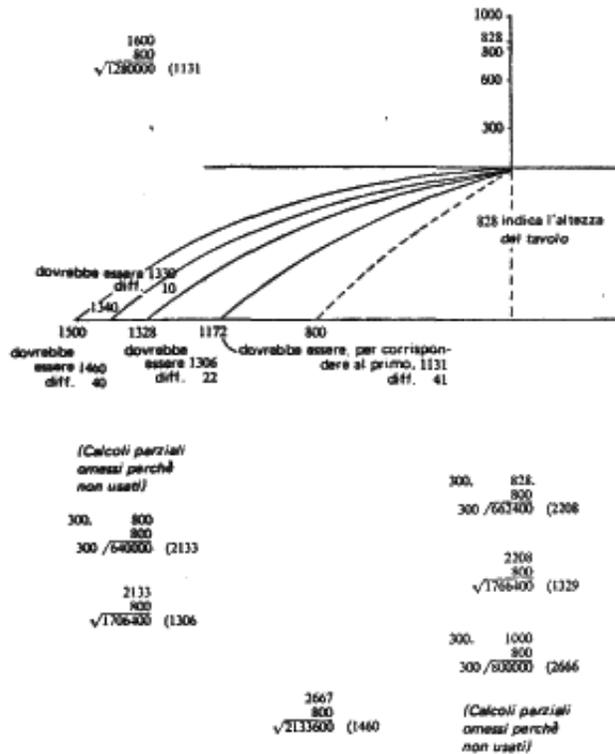


Fig. 3-5

Se si assume il principio di composizione dei moti, il tempo di caduta libera non dipende dal valore della componente orizzontale della velocità e pertanto la gittata è proporzionale al valore di tale velocità; è così possibile verificare che la velocità di caduta della pallina lungo il piano inclinato è proporzionale alla radice quadrata dell'altezza di caduta.

Secondo S.Drake inoltre dall'analisi delle parabole di caduta riportate sul manoscritto, Galileo poteva verificare l'ipotesi di un moto rettilineo uniforme in assenza di attriti, cioè di un moto inerziale. Infatti per ottenere una parabola è necessario avere lungo l'asse orizzontale un moto uniforme ( $x = V_0 \cdot t$ ) e lungo l'asse verticale un moto uniformemente accelerato ( $y = \frac{1}{2}gt^2$ ). Eliminando il tempo si ottiene  $y = Kx^2$ .

Dato invece per scontato il moto inerziale, l'esperimento potrebbe anche essere stato un tentativo di verificare il principio di composizione dei moti, un'altra grande novità concettuale rispetto alla fisica aristotelica.

Il dispositivo sperimentale utilizzato da Galileo fu probabilmente il seguente: un piano inclinato di circa  $30^\circ$  (ricostruzioni in tal senso sono state fatte a Toronto e Monaco) veniva posto ad un'altezza di 828 punti (77,7 cm) rispetto al piano di riferimento. tale altezza consente di avere, per una caduta sul piano inclinato da un'altezza di 300 punti,

una gittata di 800 punti.

Questo primo lancio è l'unico non contrassegnato sul manoscritto sia da un valore calcolato ("doveria") sia da un valore misurato. Partendo da tali valori quindi Galileo deve aver calcolato il valore della gittata negli altri casi.

Assumendo infatti la legge di caduta  $V \propto \sqrt{h}$  si può scrivere:

$$D_n^2/H_n = D_i^2/H_i$$

cioè i quadrati delle gittate (velocità) sono proporzionali alle altezze di caduta sul piano inclinato.

Conoscendo quindi il valore sperimentale  $D_i^2/H_i$ , per un lancio, si possono calcolare le gittate corrispondenti agli altri lanci. Si ha infatti

$$D_n = \sqrt{H_n \cdot D_i^2/H_i}$$

Galileo riporta i calcoli sullo stesso manoscritto. Ad esempio nel caso del terzo lancio ( $H_n = 800$ ) i calcoli sono quelli inseriti nel cerchio tratteggiato.

Egli calcola per prima la quantità  $A = H_n \cdot D_i/H_i$  (800 .

800/300 = 2133) quindi calcola il prodotto  $A \cdot D_i$  (2133 . 800 = 1.706.400) e ne estrae infine la radice quadrata ( $\sqrt{1.706.400} = 1306$ ).

Come si vede i risultati sperimentali trovati da Galileo sono in buon accordo con i valori calcolati.

E' logico domandarsi a questo punto perchè Galileo non abbia mai pubblicato o riferito questi risultati. Probabilmente ciò è dovuto al fatto che i dati sperimentali ottenuti erano in disaccordo con la "regola della doppia distanza".

Tale regola, scoperta da Galileo stesso, afferma che una sfera che cade da una altezza H lungo una inclinazione qualunque acquista una velocità finale tale da farle percorrere in direzione orizzontale una distanza 2H in un tempo pari a quello impiegato in caduta libera per percorrere in direzione verticale lo spazio H.

Nota .

Secondo la teoria moderna un corpo in caduta libera da un'altezza H raggiunge una velocità:

$$V_o = \sqrt{2g H}$$

$$\text{in un tempo: } t_o = \sqrt{2H/g}$$

Pertanto un corpo che si muove con velocità  $V_0$  percorre in un tempo  $t_0$  una distanza:

$$V_0 \cdot t_0 = \sqrt{2gH} \cdot \sqrt{2H/g} = 2H$$

Il quarto lancio eseguito da Galileo parte da una distanza di 828 punti, esattamente uguale all'altezza del piano inclinato sul riferimento. La gittata dovrebbe essere quindi di  $828 \times 2 = 1656$  punti contro i 1329 misurati.

Questa era l'unica predizione teorica assoluta possibile per Galileo (in quanto le altre si basavano sui risultati del primo lancio) ed era in netto disaccordo con i dati sperimentali.

Oggi è noto che la differenza tra il valore teorico e quello sperimentale è dovuta al fatto che la sfera cadendo lungo il piano inclinato rotola su se stessa. Alla fine della caduta essa acquista non solo una velocità di traslazione  $V_0$  ma anche una velocità di rotazione.

La velocità  $V_0$  risulta allora:

$$V_0 = \sqrt{2gH(5/7)}$$

e lo spazio percorso nel tempo  $t_0$  risulta:

$$D = 2H \cdot \sqrt{5/7} \approx 1400$$

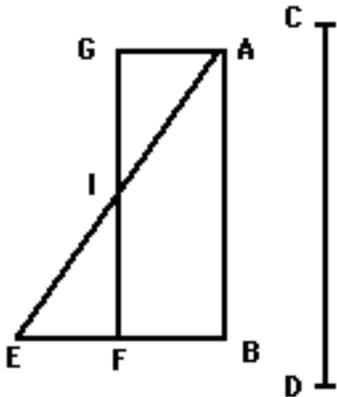
Tutti i risultati ottenuti da Galileo nei suoi studi sulla caduta dei gravi vengono compendati e presentati in maniera rigorosa molti anni più tardi nei "Discorsi intorno a due nuove scienze" (1638); in quest'ultima opera Galileo dimostra la "legge dei quadrati" partendo dal teorema della media che viene però dimostrato in maniera del tutto originale.

Galileo, "Discorsi intorno a due nuove scienze", vol. VIII

...Il tempo in cui uno spazio dato è percorso da un mobile con moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete, è eguale al tempo in cui quel medesimo spazio sarebbe percorso dal medesimo mobile mosso di moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo (la metà) del grado di velocità ultimo e massimo (raggiunto dal mobile) nel precedente moto uniformemente accelerato.

Con la lunghezza AB si rappresenti il tempo in cui venga percorso lo spazio CD da un mobile che si muova di moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete in C; inoltre, fra i gradi della velocità accresciuta negli istanti del tempo AB, l'ultimo e massimo sia rappresentato dalla EB, comunque innalzata sulla AB; e, tracciata la congiungente AE, tutte le parallele alla BE condotte dai singoli punti della linea AB rappresenteranno i gradi di velocità crescenti a partire dall'istante A.

Fig.3-6



Divisa poi la BE a metà nel punto F, e condotte le parallele FG e AG (rispettivamente) alle BA e BF, si sarà costruito il parallelogramma AGFB, che è eguale (equivalente) al triangolo AEB e che col lato GF divide a metà la AE nel punto I: se poi si prolungano le parallele del triangolo AEB fino ad incontrare la IG, avremo che l'aggregato (l'insieme) di tutte le parallele contenute nel quadrilatero è eguale (equivalente) all'insieme di quelle comprese nel triangolo AEB; infatti, quelle che si trovano nel triangolo IEF sono pari a quelle contenute nel triangolo GIA; quanto a quelle che si trovano nel trapezio AIFB esse sono comuni.

Ora, siccome a tutti gli istanti del tempo AB corrispondono, uno ad uno, tutti i punti della linea AB, e poichè le parallele condotte da questi punti e comprese nel triangolo AEB rappresentano i gradi crescenti della velocità aumentata, mentre le parallele contenute nel parallelogramma rappresentano analogamente altrettanti gradi della velocità non accresciuta, ma equabile; è chiaro che nel moto eccelerato secondo le parallele crescenti del triangolo AEB si avranno altrettanti momenti di velocità che nel moto equabile secondo le parallele del parallelogramma GB: infatti, quella parte dei momenti che manca nella prima metà del moto accelerato (infatti mancano i momenti rappresentati dalle parallele del triangolo AGI) è compensata dai momenti rappresentati dalle parallele del triangolo IEF.

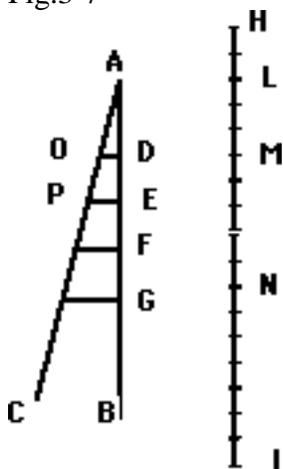
E' dunque manifesto che saranno eguali gli spazi percorsi nello stesso tempo da due mobili, uno dei quali si muova di moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete, l'altro invece di moto equabile secondo un momento di velocità sudduplo del momento massimo di velocità del moto accelerato: che è quello che intendevamo dimostrare.

Se un mobile scende, a partire dalla quiete, con moto uniformemente accelerato, gli spazi percorsi da esso in tempi qualsiasi stanno tra di loro in duplicata proporzione dei tempi (in un rapporto pari al rapporto dei tempi moltiplicato per sè stesso), cioè stanno tra di loro come i quadrati dei tempi.

Si intenda che lo scorrere del tempo, a partire da un determinato primo istante A, sia rappresentato dalla lunghezza AB, sulla quale si prendano due tempi qualsiasi AD e AE; inoltre, HI sia la linea lungo la quale il mobile, a partire dal punto H posto come inizio del movimento, discenda con moto uniformemente accelerato; e HL sia lo spazio percorso nel primo tempo AD, mentre HM sia lo spazio attraverso cui sarà disceso nel tempo AE: dico, che lo spazio MH sta allo spazio HL in proporzione duplicata rispetto a quella che il tempo EA ha col tempo AD; o vogliamo dire, che gli spazi MH e HL hanno la medesima proporzione che i quadrati di EA e di AD.

Si conduca la linea AC, la quale formi con la AB un angolo qualsiasi; ora, dai punti D ed E siano condotte le parallele DO ed EP: di queste, DO rappresenterà il massimo grado delle velocità raggiunte nell'istante D del tempo AD, mentre PE rappresenterà il massimo grado della velocità acquistata nell'istante E del tempo AE.

Fig.3-7



Ma poichè abbiamo sopra dimostrato che, per quanto riguarda gli spazi percorsi, sono tra di loro eguali quelli, dei quali l'uno è percorso dal mobile a partire dalla quiete con moto uniformemente accelerato, e l'altro è percorso nel medesimo tempo dal mobile che si muova di moto equabile, la cui velocità sia suddupla (pari alla metà) della velocità massima acquistata nel moto accelerato; risulta dunque che gli spazi MH. e LH sono eguali a quelli che verrebbero percorsi nei tempi EA e DA con moti equabili, le cui velocità fossero rispettivamente la metà di PE e di OD.

Se dunque si sarà mostrato che questi spazi MH e LH stanno in duplicata proporzione dei tempi EA e DA, il nostro intento risulterà provato.

Ora, nella quarta proposizione del primo libro si è dimostrato che gli spazi, percorsi da mobili mossi di un moto equabile, hanno tra di loro una proporzione composta della

proporzione tra le velocità e della proporzione tra i tempi: ma qui la proporzione tra la velocità è eguale alla proporzione tra i tempi, (infatti, quale è la proporzione della metà di PE alla metà di OD, ossia la proporzione dell'intera PE all'intera OD, tale è anche la proporzione della AE alla AD): dunque, la proporzione tra gli spazi percorsi è duplicata rispetto alla proporzione tra tempi; che è quello che si doveva dimostrare.

Di qui è manifesto che, se dal primo istante o inizio del moto avremo preso successivamente un numero qualsiasi di tempi eguali, come ad esempio AD, DE, EF, FG, nei quali siano percorsi gli spazi HL, LM, MN, NI, questi spazi staranno tra di loro come i numeri impari ab unitate, cioè come 1, 3, 5, 7: questa è infatti la proporzione tra gli eccessi dei quadrati delle linee che si eccedono egualmente il cui eccesso è eguale alla minima di esse, o vogliam dire tra i numeri quadrati consecutivi ab unitate.

Pertanto, mentre i gradi di velocità aumentano in tempi eguali secondo la serie dei numeri semplici, gli spazi percorsi nei medesimi tempi acquistano incrementi secondo la serie dei numeri impari ab unitate.

Sempre nei "Discorsi" viene riportata una corroborazione sperimentale dei risultati teorici. L'esperienza riguarda ancora lo studio del moto di caduta di una sfera lungo un piano inclinato e i tempi vengono misurati mediante un orologio ad acqua.

Riportiamo direttamente la descrizione dell'esperienza nella forma data da Galileo:

Galileo, "Discorsi intorno a due nuove scienze"

...In un regolo, o vogliam dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo braccio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo d'un dito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita; costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizzontale una delle sue estremità un braccio o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto canale la palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trovava mai differenza nè anco della decima parte d'una battuta di polso.

Fatta e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale; e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metà dell'altro: e facendo poi l'esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, o con quello delli duo terzi o dei  $3/4$ , o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s'incontrava, gli spazii passati esser tra di

loro come i quadrati e i tempi, e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale nel quale si faceva scender la palla; dove osservammo ancora, i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantener esquisitamente tra di loro quella proporzione che più a basso troveremo essergli assegnata e dimostrata dall'Autore.

Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo l'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiere per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte. s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, già mai non differivano di un notabil momento.

Simp: Gran sodisfazionearei ricevuta nel trovarmi presente a teli esperienze: ma sendo certo della vostra diligenza nel farle e fedeltà nel riferirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime e vere.

Salv: Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

Fu questa esperienza veramente eseguita? Oppure fu solo immaginata da un Galileo oramai certo dei risultati raggiunti? I pareri degli storici sono discordi.

Un'opinione ragionevole è che Galileo abbia effettivamente eseguito le esperienze, ma che il grado di precisione descritto nei Discorsi rappresenti un ideale di chi già immagina i risultati più che i dati di misure reali.

Come risulta da questo breve panorama delle interpretazioni del lavoro di Galileo, la strada della ricerca scientifica è ardua ed affascinante e la creatività dello scienziato, il soggetto, gioca un ruolo non indifferente nell'armonizzare contributi diversi verso un obiettivo specifico.

## **LA CADUTA DEI GRAVI: NEWTON**

La soluzione newtoniana dei problemi della meccanica è universalmente ritenuta una delle sintesi più geniali prodotte dal pensiero umano: per due secoli essa ha dominato incontrastata in fisica ed ha fornito un modello di scientificità a molte altre scienze, nonché uno spunto a nuove concezioni filosofiche.

Una delle caratteristiche dell'opera di Newton è quella del ritorno ad una spiegazione dinamica del moto dei corpi: la legge cinematica della caduta dei gravi di Galileo viene inserita in un contesto più

ampio.

Fin dalle prime pagine dei "Principia Mathematica" abbiamo la definizione di due "forze" o "tendenze" con caratteristiche differenti, la forza insita (o forza d'inerzia) che tende a mantenere lo stato di quiete o di moto uniforme del corpo e la forza impressa che tende invece a modificare tale stato.

## **Newton, "Principi Matematici"**

### **DEFINIZIONE III**

**...La forza insita (vis insita) della materia è la sua disposizione a resistere; per cui ciascun corpo, per quanto sta in esso, persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.**

**Questa forza è sempre proporzionale al corpo, né differisce in alcunché dall'inerzia della massa altrimenti che per il modo di concepirla. A causa dell'inerzia della materia, accade che ogni corpo è rimosso con difficoltà dal suo stato di quiete o di moto. Per cui anche la forza insita può essere chiamata col nome molto espressivo di forza di inerzia...**

### **DEFINIZIONE IV**

**...Una forza impressa è un'azione sul corpo al fine di mutare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.**

**Questa forza consiste nell'azione in quanto tale, e, cessata l'azione, non permane nel corpo. Infatti un corpo persevera in ciascun nuovo stato per la sola forza di inerzia. La forza impressa ha varie origini:  
l'urto, la pressione, e la forza centripeta.**

**Queste due definizioni sono necessarie per comprendere le prime due leggi del moto:**

### **LEGGE I**

**Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.**

**I proiettili perseverano nei propri moti salvo che siano rallentati dalla resistenza dell'aria, e sono attratti verso il basso dalla forza di gravità. Una trottola, le cui parti, a causa della coesione, di continuo si deviano l'un l'altra dal movimento rettilineo, non cessa di ruotare,**

salvo che venga rallentata dalla resistenza dell'aria. I corpi più grandi dei pianeti e delle comete conservano più a lungo i propri moti sia progressivi che circolari effettuati in spazi meno resistenti.

## LEGGE II

**Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa.**

**Posto che una qualche forza generi un movimento qualsiasi, una forza doppia ne produrrà uno doppio, e una tripla uno triplo, sia che sia stata impressa di colpo e in una sola volta, sia gradatamente ed in tempi successivi. E questo moto (poiché è sempre determinato lungo la stessa direzione della forza generatrice) se è concorde e se il corpo era già mosso, viene aggiunto al moto di quello; sottratto se contrario, oppure aggiunto solo in parte se obliquo, così da produrre un nuovo movimento composto dalla determinazione di entrambi.**

All'interno del sistema newtoniano esiste dunque una differenza molto netta tra le forze definite sul piano orizzontale (forze d'inerzia) e le forze definite su un piano verticale (forze di gravità o peso). La massa "m" che compare nella formula  $F = m a$  (2<sup>a</sup> legge), è una massa inerziale, cioè rappresenta, secondo la concezione newtoniana, una caratteristica dei corpi che si oppone al moto.

Per capire la definizione di massa inerziale si può fare l'esperienza seguente: diamo con un martello un impulso ad una sfera posta su un piano. A seconda della massa della sfera, essa acquisterà una differente accelerazione, a parità di forza agente nell'unità di tempo se la massa è più grande l'accelerazione sarà minore.

Nel caso della caduta verticale, la forza impressa è quella dovuta alla gravità; in base alla legge di gravitazione, tale forza è proporzionale al prodotto delle masse e inversamente proporzionale al quadrato delle distanze:

$$F = G \frac{m M}{r^2}$$

Per un corpo che cade sulla terra, M è la massa della terra e r è la distanza tra il corpo e il centro della terra.

Se inglobiamo in un'unica grandezza g il fattore  $G \cdot (M/r^2)$  la forza peso di un corpo risulta  $P = mg$ . La quantità g non è altro che l'accelerazione di gravità e non dipende quindi dal corpo che cade, mentre la forza che si esercita sul corpo dipende dalla massa gravitazionale del corpo stesso.

Ora, il problema che si presenta è il seguente: se si sollevano due corpi diversi e si tengono fermi

bisogna contrastare una forza peso che nei due corpi è differente, però se si lasciano i due corpi liberi, questi cadono con la stessa accelerazione; è questo un fatto abbastanza paradossale che viene spiegato all'interno della teoria newtoniana, come risultato di una compensazione di due effetti contrastanti.

Newton spiega tale fatto affermando che ci sono due effetti contrastanti nella caduta: da una parte c'è una forza che sollecita il moto e che è proporzionale alla massa gravitazionale del corpo, dall'altra parte c'è una forza che resiste al moto e che dipende dall'inerzia del corpo; dato che la massa inerziale è uguale alla massa gravitazionale, ne risulta che l'accelerazione di caduta è la stessa per tutti i corpi. E' questo un risultato molto importante perché si basa sui dati sperimentali.

Queste misure, già iniziate con Newton, sono state portate avanti fino ai nostri giorni. Tutte confermano che non c'è nessuna differenza quantitativa tra la massa inerziale e la massa gravitazionale delle varie sostanze. Tuttavia le due masse costituiscono, da un punto di vista teorico, concetti differenti all'interno del sistema newtoniano e, quindi, il fatto che esse risultino espresse dallo stesso valore è puramente accidentale.

**Newton, "Principi matematici"**

**...La caduta di tutti i gravi sulla Terra (tenuto conto dell'ineguale ritardo che nasce dalla scarsissima resistenza dell'aria) avviene in tempi uguali, come già altri osservarono; ed è possibile notare con grande precisione l'uguaglianza di tali tempi nei pendoli.**

**Ho tentato l'esperimento con pendoli d'oro, d'argento, di piombo, di vetro, di sabbia, di sale, di legno, d'acqua e di frumento. Preparavo due recipienti di legno, rotondi ed uguali. Riempio l'uno di legno, e all'altro centro di oscillazione sospendevo (nella misura del possibile) esattamente? un uguale peso d'oro. I recipienti, che pendevano da fili uguali, lunghi undici piedi, costituivano i pendoli, assolutamente uguali quanto al peso, alla figura e alla resistenza dell'aria; ed impresse uguali oscillazioni, una volta posti uno vicino all'altro, andavano e tornavano insieme per lunghissimo tempo.**

**Perciò, la quantità di materia nell'oro (per i coroll. 1 e 6 della prop. XXIV del libro II) stava alla quantità di materia nel legno, come l'azione della forza motrice in tutto l'oro alla medesima azione in tutto il legno; ossia, come il peso dell'uno stava al peso dell'altro. E così per i rimanenti.**

**Mediante questi esperimenti potei chiaramente apprendere che la differenza di materia in corpi dello stesso peso è minore della millesima parte di tutta la materia.**

**LA CADUTA DEI GRAVI**

**L'ESPERIMENTO DI ATWOOD**

(Mancano figure e rif. Einst.)

G. Atwood progetta un apparecchio, ben diverso dai piani inclinati di Galileo, per sperimentare sui

corpi in caduta. L'idea fondamentale di Atwood è quella di sospendere due corpi uguali alle estremità di un filo poggiato su una carrucola. I due corpi si trovano in equilibrio poiché le Forze peso (forze impresse) agiscono in versi opposti. Se però aggiungiamo un piccolo peso ad uno dei due corpi la situazione cambia radicalmente ed i corpi cominceranno a muoversi. L'unica forza motrice è quella del peso aggiuntivo, di massa  $m$ , cioè:

$$P = m g$$

mentre la massa inerte è quella relativa alle masse inerziali dei 3 corpi del sistema. Pertanto dalla seconda legge di Newton abbiamo  $mg = (2M + m) a$ , da cui

$$a = \frac{m}{2M + m} g$$

L'accelerazione misurata è pertanto ridotta rispetto a quella di gravità  $g$  di un fattore

$$\frac{m}{2M + m}$$

il che evidentemente semplifica molto le misure.

Riportiamo la descrizione della Macchina di Atwood come viene presentata in un famoso testo universitario del 1843.

Da: Mossotti, Lezioni elementari di Fisica Matematica.

...Ora questi esperimenti si eseguiscono più comodamente con un apparecchio, che Giorgio Atwood imaginò nel secolo passato, e che perciò si chiama la macchina di Atwood.

L'essenziale di questa macchina consiste in una carrucola il cui asse orizzontale è sostenuto da quattro rotelle mobili di un tribometro per diminuire lo sfregamento. (Vedasi la Fig. 3.8)

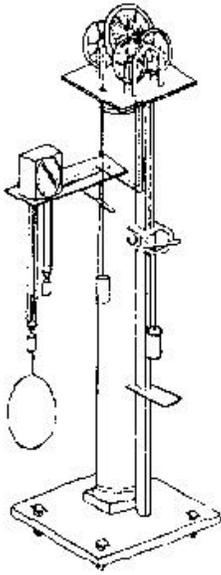


Fig. 3-8

Nella gola di questa carrucola passa un filo di seta molto sottile tirato nelle sue estremità da due pesi eguali. In questo stato, trascurando il peso del filo e gli effetti dello sfregamento, che sono ben poco sensibili, i due pesi debbono farsi equilibrio e restare immobili a qualunque altezza si trovino posti, e comunicando un movimento ad uno di essi con un piccolo urto, devono l'uno discendere e l'altro ascendere con movimento uniforme.

Questi esperimenti preparatorii servono per verificare se la macchina opera bene, cioè a dire, se i pesi sono eguali, e se lo sfregamento è poco sensibile. Per eseguirli con precisione, dal lato del corpo che discende vi è un'asta ben divisa sopra cui si possono valutare gli spazii che il corpo ha percorsi alla fine di un tempo qualunque, ed un pendolo per contare i secondi.

Supponiamo ora di aggregare ad uno dei due detti corpi in equilibrio alle estremità del filo, un piccolo corpo addizionale il cui peso non sia che una porzione del peso totale di quelli. Questo peso addizionale, non potendo discendere senza muovere gli altri due congiuntamente, costituisce una forza motrice che si riparte uniformemente fra tutte le particelle della materia che compongono il sistema dei tre corpi.

Denotando con  $M$  la massa di uno dei corpi maggiori, con  $m$  la massa del corpo minore aggiunto, la forza acceleratrice della gravità, si troverà attenuata nel movimento del sistema dei tre corpi nella ragione di  $m:(2M + m)$ , per conseguenza gli spazii corsi e le velocità acquistate staranno a quelle di un corpo che cade liberamente, in un tempo eguale, nella stessa ragione.

Gli esperimenti che si facciano con la macchina d'Atwood rappresenteranno dunque nella stessa

proporzione ma in una scala meno veloce, nella quale la resistenza dell'aria avrà poco effetto, ciò che la natura opera in una scala più rapida nella caduta libera de' corpi, e saranno per conseguenza molto proprii per mostrarci il modo d'agire della gravità.

Per facilitare l'esecuzione di questi sperimenti si applica comunemente al pendolo un grilletto che sostiene quello dei pesi grandi a cui è applicato il piccolo peso addizionale all'altezza dove cominciano le divisioni dell'asta.

Subito che la sfera arriva ad un punto determinato del quadrante, per esempio quello segnato  $60^\circ$ , il colpo stesso del pendolo pone in libertà il grilletto ed il sistema si pone in movimento, di modo che non abbisogna altro che leggere sopra il quadrante i secondi passati dal  $60^\circ$  sino al punto segnato della sfera, allorché i corpi sono giunti al termine ove il movimento s'arresta. Per poter assegnare con più precisione l'istante in cui il movimento è arrestato, si fissa sull'asta delle divisioni, all'altezza in cui si vuole che il movimento termini, un piccolo piano orizzontale contro il quale la massa  $M$  che discende va ad urtare, e col rumor dell'urto ci avvisi del termine della caduta.

Se si desidera di conoscere la velocità dei corpi del sistema in un punto qualunque della caduta, o come si suol dire la velocità acquistata, si fissa nella divisione corrispondente dell'asta un anello piano, e si dà al peso addizionale la forma di una lamina oblunga che si sovrappone al peso grande  $M$  e gli sporge fuori dai due lati. Quando il peso addizionale arriva al livello dell'anello, non potendo passare per la sua lunghezza, viene arrestato e rimane sopra l'anello, e non proseguono il loro movimento che i due pesi grandi, che equilibrandosi reciprocamente, sono, per così dire, insensibili all'azione della gravità, e solo continuano a muoversi per la loro inerzia in virtù della velocità acquistata, che è appunto quella che si vuole riconoscere. Eseguendo questi sperimenti si trova:

1. Che fissando il piano orizzontale, sopra cui va a fermarsi il gran corpo col suo addizionale in distanze tali, dal punto di partenza, che stiano come i numeri 1, 4, 9, 16 ec. quei corpi arrivano ad urtare il piano alla fine di tempi che crescono come i numeri 1, 2, 3, 4 ec., dal che risulta che gli spazi aumentano come i quadrati dei tempi, nei quali dura il movimento.
2. Facendo che il peso addizionale resti sospeso sopra l'anello in un punto qualunque della sua discesa, il movimento degli altri due pesi continua con una velocità uniforme tale che con essa velocità percorrono, uno discendendo l'altro ascendendo, uno spazio doppio di quello che hanno trascorso unitamente al peso addizionale.

Le proprietà del movimento dei corpi cadenti che questi sperimenti ci danno a conoscere, appartengono al movimento uniformemente accelerato, ed una sola di esse basterebbe per caratterizzarlo.

Ma dalla Meccanica razionale si sa che la forza acceleratrice che produce il movimento uniformemente accelerato è una forza costante, dunque la gravità che produce un movimento di questa specie è una forza acceleratrice che, nelle vicinanze della superficie della terra, può

considerarsi come costante.

Dinotando con  $g$  la velocità che la gravità può imprimere a un corpo cadente nell'unità di tempo, per esempio in un secondo, e con  $v$  e  $s$  la velocità acquistata e lo spazio corso alla fine del tempo  $t$  qualunque; per le proprietà del movimento uniformemente accelerato, che abbiamo visto essere quello dei corpi che cadono si avrà

$$(1) \quad v = g t \qquad (2) \quad s = g \frac{t^2}{2}$$

Se si elimina il tempo  $t$  fra queste due equazioni si ottiene

$$(3) \quad v = \sqrt{2 g s}$$

così il corpo acquista cadendo da un'altezza  $s$  una velocità che è proporzionale alla radice quadrata di quest'altezza. In Meccanica si fa spesso uso nell'indicare una velocità qualunque  $v$ , della frase velocità dovuta all'altezza  $s$ .

La quantità  $g$  che dinota la velocità che acquista un corpo cadendo nell'unità di tempo, è proporzionale alla gravità, e si prende come si è spiegato altrove per misura di questa forza acceleratrice. Il valore della gravità si può quindi dedurre dagli esperimenti che abbiamo accennati, per esempio dal secondo, aumentando la velocità acquistata nell'unità di tempo in ragione della somma delle tre masse  $2M + m$  alla massa  $m$  del peso addizionale. Ma in questo modo non si dedurrebbe che un valore poco esatto, perché quantunque gli effetti dello sfregamento e della resistenza dell'aria siano minimi in questi esperimenti, ciò nonostante venendo essi pure ad essere aumentati nella ragione suddetta possono produrre delle differenze sensibili.

Vedremo in seguito che il valore della gravità, o secondo i principii stabiliti, la velocità che essa può imprimere ad un corpo che cade nel vuoto in un secondo sessagesimale di tempo al livello del mare è per Corfù eguale a  $9m,80126$ , l'unità lineare essendo il metro legale.

Una breve considerazione a conclusione di questa introduzione storica alla legge di caduta.

La spiegazione dinamica di Newton non è l'ultimo tentativo di inquadrare il problema. A fine ottocento un fisico e filosofo viennese, E. Mach, comincia a mettere in discussione le fondamenta dei principii newtoniani, ed in particolare il concetto di massa inerziale. Ai primi del Novecento A. Einstein formula la teoria della relatività (Speciale nel 1905 e Generale nel 1916).

Proprio nella teoria del 1916 i concetti di massa inerziale e gravitazionale vengono completamente reinterpretati. Utilizzando le stesse parole di Einstein:

1. Nella teoria Newtoniana l'accelerazione di un corpo in caduta aumenta in proporzione alla sua massa pesante e diminuisce in proporzione della sua massa inerte, e siccome tutti i corpi in caduta hanno la medesima accelerazione costante, le due masse debbono essere uguali.
2. Sorge subito un interrogativo: questa identità delle due specie di massa è accidentale, o possiede essa un più profondo significato? Dal punto di vista della fisica classica la risposta è: l'identità delle due masse è accidentale e non le va attribuito maggiore significato. La risposta della fisica moderna è precisamente l'opposto: l'identità delle due masse è fondamentale e costituisce un nuovo ed essenziale inizio conducente ad una più profonda comprensione. Ed infatti fu questo uno dei più importanti indizi che aprirono la via allo sviluppo delle cosiddetta teoria generale della relatività.

(tratto da La caduta dei gravi, F.Bevilacqua, C.Bonera, I.Massara)